

عناصر الإجابة: الموضوع النموذجي 5 رياضيات العام (النوفيام) - مناظرة التاسعة

التمرين 1: أسئلة متعددة الاختيارات (3 ن)

- (1) $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ و $126 = 2 \times 3^2 \times 7$ إذن $\text{PGCD} = 2 \times 3 \times 7 = 42$ ، الجواب (ج).
- (2) عدد الكرات غير الخضراء $5 = 3 + 2$ من 10: الاحتمال $1/2 = 5/10$ ، الجواب (أ).
- (3) $1/(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = (\sqrt{3} + \sqrt{2})/(3 - 2) = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ ، التناظر بالنسبة إلى (OI) يحافظ على الفاصلة ويغيّر إشارة الترتيب: $(\sqrt{2} - \sqrt{3}; 2)$ ، الجواب (ج).

التمرين 2: جذور قيمة مطلقة ومقلوب (3,5 ن)

- (1) $\sqrt{75} = 5\sqrt{3}$ و $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ و $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ إذن $A = 5\sqrt{3} - 6\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$.
- (2) $B = (2 - \sqrt{3})^2 + 4\sqrt{3} = 4 - 4\sqrt{3} + 3 + 4\sqrt{3} = 7$ عدد صحيح طبيعي.
- (3) $1 < \sqrt{3} < 2$ لأن $1 < 3 < 4$ إذن $C = (2 - \sqrt{3}) + (\sqrt{3} - 1) = 1$.
- (4) $1/(2 - \sqrt{3}) = (2 + \sqrt{3})/(4 - 3) = 2 + \sqrt{3}$ ، وب نفس الطريقة $1/(2 + \sqrt{3}) = 2 - \sqrt{3}$ ، إذن الفرق $2 + \sqrt{3} - (2 - \sqrt{3}) = 2\sqrt{3}$.

التمرين 3: مساحة مستطيل ومتراجحة بقيمة مطلقة (4 ن)

- (1) $(x + 3)^2 - 9 = x^2 + 6x + 9 - 9 = x^2 + 6x$.
- (2) $x^2 + 6x - 40 = (x + 3)^2 - 49 = (x + 3 - 7)(x + 3 + 7) = (x - 4)(x + 10)$.
- (3) أ) $S(x) = AB \times AD = x(x + 6) = x^2 + 6x$ ب) $S(x) = 40$ تعني $(x - 4)(x + 10) = 0$ أي $x = 4$ أو $x = -10$ ، و $x > 0$ إذن $x = 4$ و $AB = 10$ و $AD = 4$ والمحيط $2 \times (10 + 4) = 28 \text{ cm}$.
- (4) أ) $-6 < x + 3 < 6$ تعني $-9 < x < 3$ المجموعة $]-9; 3[$ ب) $S(x) < 27$ تعني $27(x + 3) < x^2 - 9$ أي $x^2 - 27x - 81 < 0$ أي $x \in]0; 3[$ ومع $x > 0$: $x \in]0; 3[$.

التمرين 4: مثلث متقايس الضلعين ومركز ثقل ومربع (5 ن)

- (1) في المثلث المتقايس الضلعين ABC المتوسط [AI] هو أيضًا ارتفاع: $AB^2 = AI^2 + BI^2 = 81 + 9 = 90$ إذن $AB = 3\sqrt{10}$.
- (2) G مركز الثقل تنتمي إلى المتوسط [AI] و $AG = (2/3) AI = 6$ ، ومنه $GI = 9 - 6 = 3$.
- (3) المثلث GIB قائم في I: $GB^2 = 9 + 9 = 18$ إذن $GB = 3\sqrt{2}$ ، وكذلك $GC = 3\sqrt{2}$. $GB^2 + GC^2 = 36$ ، و $BC^2 = 36$ ، إذن $BC = 6$ ، و $GB = GC$ (عكس بيتاغور) و $GB = GC$.
- (4) قطرا الرباعي BGCE [BC] و [GE] متناصفان في I، و $GE = 2 GI = 6 = BC$ ، و $(BC) \perp (GE)$: قطران متناصفان متقايسان ومتعامدان، إذن BGCE مربع. مساحته $GB^2 = 18 \text{ cm}^2$.
- (5) حسب طاليس في المثلث ABI: $GM/IB = AG/AI = AM/AB = 6/9 = 2/3$ ، ومنه $GM = 2$ و $AM = (2/3) AB = 2\sqrt{10}$.

التمرين 5: متوازي المستطيلات وهرم (4,5 ن)

- (1) $AC = 6\sqrt{2}$ (قطر مربع ضلعه 6). K منتصف [AC] و O منتصف [EG]، والرابعي ACGE مستطيل، إذن AKOE مستطيل: $(AE) \parallel (OK)$ و $(AE) \perp (ABC)$ إذن $(OK) \perp (ABC)$ $OK = AE = 3\sqrt{2}$. $OC = 6$. $OA^2 + OC^2 = 72 =$ وكذلك $OA = 6$ إذن $OA^2 = 18 + 18 = 36$: $AK = 3\sqrt{2}$ و $(AK) \perp (OK)$ (2)
 - $AC^2 = (6\sqrt{2})^2 = 72$: المثلث OAC قائم في O (عكس بيتاغور) و $OA = OC$.
 - (3) $(AC) \perp (BD)$ (قطر المربع)، و $(OK) \perp (BD)$ لأن $(OK) \perp (ABC)$ ؛ $(AC) \perp (OK)$ و (OK) متقاطعان في K داخل المستوي (OAC)، إذن $(OAC) \perp (BD)$.
 - (4) حجم متوازي المستطيلات $cm^3 = 36 \times 3\sqrt{2} = 108\sqrt{2}$. حجم الهرم $OABCD = (36 \times 3\sqrt{2})/3 = 36\sqrt{2}$.
 cm^3 : حجم الهرم يساوي ثلث حجم متوازي المستطيلات.
- عناصر إجابة من إعداد سكولار: تُقبل كلّ طريقة صحيحة أخرى.